شرح حجج ابن سينا في إبطال الجزء الّذي لا يتجزّأ.

مقالة من تأليف لطفي خيراللّه.

شاع رأي من زمن اليونان عُرِفَ أوّلا عند الفيلسوف ديمقريطس(قم٤٠٤–قم٤٦٠)، ثمّ أخذ به أتباع له يونان أيضا، ولا سيّما أبيقور (قم٣٤١–٢٧٠قم) وتابعه الرّوماني الكبير لوكراس (٩٨قم–٥٥قم)، بأنّه كلّ جسم فإنّه مُأتلف من أجزاء في غاية الصّغر ليست بأجسام، صلبة، وبخاصّة لا يمكن تجزئتها. أمّا في زمن الإسلام، فإنّ أعرف المتكلّمين، وأشهر الفرق الكلاميّة كالمعتزلة والأشارعة، فقد اعتقدت هذا الرّأي؛ والّذي كان قد أدّاها لمثل ذلك الاعتقاد ليس اطّلاعها على فلسفة اليونان وتأثّرها بها، وإنّما أسباب آخذة من نفس تأمّل متكلّمة الإسلام، وما رأوه لازما لزوما حقيقيّا عن حقيقة الله وصفاته كما استخبروها عن القرآن. وقد انتهض فلاسفة آخرون في القديم لهذا الرّأي وتعقّبوه بالنّقض صارمَ التعقّب، وأشهر هؤلاء، كان بلا مدافع المعلّم الأوّل أرسطو. أمّا أظهر الّذين كانوا قد أخذوا في إبطال هذا الرّأي من فلاسفة المسلمين، فهو بلا مدافع أيضا، الشّيخ الرّئيس أبو علي ابن سينا فيما يلي من كتبه : طبيعيّات الشّفاء، طبيعيّات النّجاة، طبيعيّات الإشارات والتّنبيهات، وطبيعيّات عيون الحكمة. وقبل أن نأخذ في إحصاء أعرف حجج ابن سينا في نقضه هذا الرّأي، ونشرحها، فلا بأس أن نبسطه زيادة بسط أوّلا وأنّ نبيّن أظهر وجوهه :

لسائل أن يسأل، لو أخذنا جسما ما، مثلا، صخرة، ثمّ طفقنا في تجزئتها ذاهبين إلى أبعد غاية ممكنة، فهل نصل في الآخر إلى جزء لا يمكن تجزئته ؟ إنّ هذا السّؤال في ظاهره بسيط، لكنّه في حقيقته مركّب، فالجواب أيضا يكون لا محالة مركّبا. وإنّي أعني بذلك ما يلي : إنّ السّؤال عن إمكان أن نذهب بتجزئة الجسم إلى أبعد غاية ممكنة إنّما

قد تتعلّق بأكثر من ضرب واحد من القدرة، أي أنّ هذا الامكان قد يكون إمكانا حقيقيّا، أو إمكانا وهميّا، أو إمكانا فرضيّا. ومعنى ذلك أنّه إذا امتنعت تجزئة الجسم إلى غاية ما امتناعا حقيقيّا لِفقدان الوسائل الموجودة، أو لصلابة الجسم غاية الصّلابة، أو بلوغِه قدرا ما من الصّغر لا يمكن أن تناله آلة، فهو لا يمنع أن يبقى إمكان تجزئة ذلك الجسم ثابتا بطريق مواصلة الذّهاب في قسمته قسمة وهميّة تخيّليّة. وإن بلغ كذلك الجزء الحاصل في آخر القسمة الوهميّة غاية من الصّغر يمتنع معه أن يناله أيضا الوهم، فلا يمتنع أن نفترض قسمته بطريق الفرض كما هو موجود في كثير من مسائل الرّياضيّات، فيكون غير ممتنع صحّته ما لم يلزم عن وضعه محالا. فلذلك كان قد جاز لابن سينا أن يعتمد في جلّ مواضع نقضه لهذا الرّأي طرقا رياضيّة. فإذًا المثبتون للجزء الّذي لا يتجزّأ إنّما يزعمون بأنّه يمكن تجزئة جسم ما تجزئة نصل بها بأَخَرَةٍ إلى جزء لا يكون جسما، ولكنّه يتركّب منه الجسم، و لا يمكن تجزئته إلى ما هو أصغر منه، لا بطريق الفرض، و لا بطريق الوهم، و لا بالحَرِيّ، بطريق الفعل. فكيف كان جواب ابن سينا على ذلك. سوف أذكر خمسة براهينا شهيرة للشّيخ ذُكِرَتْ في مواضع شتّى من كتبه، وأشرحها برهانا برهانا بقدر الطّاقة؛ وهذه البراهين الخمسة كما أسمّيها هي : ١) برهان التّداخل. ٢) برهان المربّع. ٣) برهان الصفّ. ٤) برهان الحركة والتّلاقي. ٥) برهان الوتر.

I - برهان التّداخل.

لنفرض أنّ الجزء الّذي لا يتجزّأ حقّا، وهو الذّي يأتلف منه الجسم. إنّه معلوم أنّه إذا شيء ما مَسَّ شيئا، فالشّيء المُمَسُّ هو أيضا يمسّ ذلك الشّيء(رسم.I-1). فإذًا لو نحن فرضنا جزء أوّلا لا يتجزّأ، وألصقنا إليه جزء آخر لا يتجزّأ حتّى يمسّه، فلا محالة هذا الجزأ المفروض هو يمسّ أيضا الجزء المُضَمَّ. وهاهنا فالأمر لا يخلونّ من أحد هذه الوجوه : فإمّا أن يكون الجزأ المضمّ حين مَسِّهِ للجزء المفروض، فهو مع مسّه له فقد ترك

منه ما لم يمسّه، والجزء المفروض مع مسّه للجزء المضمّ يترك منه أيضا ما لم يمسّه. وإمّا أن يكون الجزء المضمّ إنّما يمسّ الجزء المفروض، ويترك منه ما لم يمسّه، ولكن الجزء المفروض لا يترك من الجزء المضمّ ما لم يمسّه، وإمّا أن يكون عكس هذا؛ وإمّا أن يكون كلاهما لا يترك بمسّه الآخر ما لم يمسّه منه. ونحن سنبيّن أنّ كلّ هذه الوجوه إنّما يلزم عنها خلف الفرض وكذب وضع الجزأ الّذي لا يتجزّأ.

ففي الوضع الأوّل، أي هب أنّ الجزء المضمّ حين يمسّ الجزأ المفروض يترك منه ما لا يمسّه، و هذا أيضا حين مسّه الثّاني يترك منه ما لا يمسّه؛ فإنّه لا محالة سيفصل عن كلّ منهما شيء غير ما هو فيهما محلّ المسّ(رسم.I-2). فإذًا ففي الجزأ المفروض، والجزأ المضمّ، هناك شيئان، شيء ممسّ وآخر فاضل عن المسّ، فإذًا كلّ منهما هو منقسم؛ وقد فرضناه لا ينقسم؛ هذا خلف.

وفي الوضع الثّاني فإنّه سيلزم أن يكون الجزء المفروض، به ما يفضل عن محلّ مسّ الجزء المضمّ له؛ ولكنّ الجزء المضمّ لكونه حين مسّ الجزء المفروض له، لم يترك منه ما لم يشغله، فهو إمّا أن يكون متداخلا في الجزء المفروض، سَارِيًا فيه بأسره، وإمّا أن يكون مَحْوِيًّا فيه، والجزء المفروض يفضله. ولكن لا يمكن أن يكون الجزء المضمّ متداخلا في الجزء المفروض ساريا فيه بأسره، لكونه لو كان كذلك، لما أمكن أن يترك الجزء المضمّ حين مسّه الجزء المفروض ما لم يشغله؛ ولكنّه قد ترك؛ فبقي إذا أنّه محويّ في الجزء المفروض، والجزء المفروض يفضله (رسم.I-3).

وبيّن أنّه عن ذلك هو يلزم أوّلا خلاف الفرض، وهو تقسيم الجزأ الّذي لا يتجزّأ؛ فإذا الجزأ الّذي يتجزّأ غير موجود.

وهو يلزم أيضا خلف ثان غير بيّن؛ وسنبيّنه : إنّه إذا كان كلّما ضُمَّ جزء لايتجزّأ إلى الجزء المفرض، فقد حواه، فإنّه مهما ضممنا إليه من أجزاء، لم يفضل المُحَصَّلُ أبدا عن نفس ذلك الجزأ الّذي لا يتجزّأ المفروض. ولكن إنّما اعتقادهم أنّ الجسم إنّما يتكوّن بضمّ الأجزاء إلى بعضها؛ وقد رأينا أنّ هذا الضمّ غير مُفْلِحٍ أبدا في أن يتعدّى الجزأ الواحد؛ فإذًا لو صحّ الجزء الّذي لا يتجزّأ لاستحال تأليف الجسم؛ ولكن الجسم موجود؛ فإذا الجزء الّذي لا يتجزّأ غير موجود.

ونفس الطّريقة في الفرض الثّالث (رسم.I-4).

أمّا في الفرض الرّابع، فيمكن للقارئ أن يتبيّن أيضا أنّ هذا الفرض هو بطريق أولى يؤدّي لتداخل الجزاء، وعليه فإنّه تأليف الجسم يصير ممتنعا، بأن يقيس على البرهان الوارد في الفرض الأخير (رسم.I-5).

II- برهان المربّع.

لو كان الجسم ينحلّ إلى أجزاء لا تتجزّأ، لكان يأتلف منها أيضا. ليُرَكَّبْ من أربعة أجزاء لا تتجزّأ خطّا على الاستقامة. وليكّرب منها كذلك ثلاثة خطوط أخرى بنفس الصّفة. وكلّ هذه الخطوط هي : خطّ ح ط، و خطّ هـ ز، وخطّ ج د، وخطّ أ ب. ولتُطَبَّق هذه الخطوط بعضها على بعض، بحيث لا نترك بين خطّ وخطّ أي فجوة. فنتطبّق خطّ هـ ز على خطّ ح ط، و خطّ ج د على خطّ هـ ز، وخطّ أ ب على خطّ ج د. فنحصل على سطح (رسم.II) . ونحن إذا طبّقنا خطّ هـ ز على ح ط، فإنّ جزء هـ سيطابق جزء ح، و جزء ز الجزء ط؛ وأيضا جزء د سيطابق جزء ز وجز ء ب سيطابق جزء د، فيحصل أنّ جزء ب مماس لجزء د الّذي هو نفسه مماسّ لجزء ز الّذي هو نفسه مماسّ لجزء ط؛ فإذًا

الأجزاء ب، و د، و ز، و ط، إنّما يأتلف منها خطّا. وأيضا، وللأسباب نفسها، فإنّ الأجزاء أ، ج، هـ، ح، فإنّه يأتلف منها خطّا. كذلك فنحن قد نبيّن بأّن هذين الخطّين إنّما هما متساويان؛ إنّ الخطّ ب ط لكونه مؤتلفا من أربعة أجزاء لا تتجزّأ، و الخطّ ح ط، هو أيضا مؤتلف من أربعة أجزاء لا تتجزّأ؛ ولا تفاضلا بين الأجزاء الّتي لا تتجزّأ، فإذًا الخطّ ب ط، هو يساوي الخطّ ح ط. و قد نبرهن بنفس الطّريقة على أنّه كلّ الخطوط، خطّ أ ح، وخطّ أ ب، وخطّ ح ط، وخطّ ب ط، فهي متساوية؛ ولكنّها هي أيضا نهايات السّطح أ ط؛ فإذًا السّطح أ ط هو شكل ذو أربعة أضلاع متساوية (*إقليدس، الأصول، التّعريف ٢٢*) وبيّن أنّ الأجزاء الّتي تمتّد على سمت من جزء أ إلى جزء ط، وهي أ، والجزء الثّاني من خطّ ج د، والجزء الثّالث من خطّ هـ ز، والجزء ط، هي متماسّة، لكونه قد فرضنا أن لا فرجة بين الخطوط المتراكمة؛ فإذًا هذه الأجزاء من أ إلى ط، هي خطّ. وهذا الخطّ هو أيضا قطر هذا الشّكل ذي الأربعة أضلاع. وذلك لأنّه يفصل الشّكل إلى نصفين متساوين[A]. فإذًا إذا كان أ ط هو قطر ذي الأربعة أضلاع المتساوية أ ب ح ط، فهو يقسمه إلى مثلّثين (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ٣٤*)، المثلّث أ ح ط، والمثلّث أ ب ط. لنأخذ المثلّث أ ح ط؛ فهذا المثلّث ضلعاه هما أ ح، و ح ط؛ أمّا وتره فهو أ ط. وهو إمّا قائم الزّاوية، أو غير قائم الزّاوية. وإن كان غير قائم الزّاوية، فإنّ الزّاوية في ح إمّا أن تكون منفرجة وإمّا حادّة؛ وإن كانت حادّة، فإنّ المثلّث الأخر ب ط ح ستكون زاويته منفرجة لا محالة[B].

ولكن كان قد بان عند إقليدس بأنّ الزاوية الأكبر في المثلّث إنّما يقابلها أبدًا أكبر ضلع فيه (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ١٩*). وهو بيّن أنّه في المثلّث القائم الزّاوية الوتر هو أبدا أكبر أضلاع المثلّث. وبطريق الأولى فإنّ الضّلع المقابل للزّاوية المنفرجة في المثلّث هو أكبر أضلاعه (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ١٩*)؛ ولكن وتر أ ط للمثلّث أ ح ط إذا كان قائم الزّاوية أو منفرجها، وإلاّ فالوتر ب ح للمثلّث

ب ط ح ذي الزّواية المنفرجة لا محالة إذا كانت زاوية أ ح ط حادّة، إنّما تساوي ضلع المثلّث؛ وهو خلف؛ فإذا ما أدّى إلى محال فهو محال أيضا؛ فيلزم أنّه لا يوجد جزء لا يتجزّأ.

III – برهان الصفّ.

وهذا البرهان على امتناع الجزء الّذي لا يتجزّأ هو الآتي : لنفرض خطّا أوّلا مستقيما أ ب، ولنفرض خطّا آخر مستقيما مساويا للأوّل ومتوازيا معه، وليكن ز ط. ولنفرض أنّ كلاّ من الخطّين يأتلف من أربعة أجزاء لا تتجزّأ. وأنت تعلم أنّه لو أخذنا خطّين مستقيمين ومتوازين، وافترضنا حركة جزء أوّل على الخطّ الأوّل من اليمين إلى اليسار. وفي نفس الوقت حركة جزء ثان على الخطّ الثّاني من اليسار إلى اليمين، فإنّ هذين الجزئين يكونان ما يزالان يتقاربان حتّى يتحاذيا، ثمّ يتفارقا. أيّ أنّهما بين قبل المفارقة، وعند المفارقة، هناك التقاء ومحاذاة. فلنفرض أنّه في نفس انطلاق حركة الجزء الأوّل المرتّب على طرف أ من الخطّ الأوّل، يتحرّك الجزء الثّاني الواقع على الجزء ط، من الخطّ الثّاني، ويكون الأوّل ذاهبا بسرعة ما إلى الطّرف الآخر من الخطّ وهو الجزء ب، والثّاني ذاهبا إلى الطّرف الآخر من الخطّ الثّاني وهو الجزء ز بنفس تلك السّرعة(رسم.III-1). فهو لا شكّ أنّ هذين الجزئين قبل أن يتفارقا، فهما سوف يتحاذيان. فأين ليت شعري هما سيتلاقيان ؟ إنّه لمّا كان هذا الجزءان المتحرّكان إنّما يتحرّكان بنفس السّرعة، وكانا قد انطلقا في حركتهما في نفس الآن في نفس الوقت، فلا محالة أنّه عند محاذاتهما سوف يكون كلّ واحد منهما قد قطع مسافة تساوي المسافة الّتي قطعها الآخر. أي أنّه سيكون كلّ منهما قد تخطّى نفس العدد من الأجزاء الّذي يكون قد تخطّاه الآخر. ولكن الجزء الثّاني المتحرّك فوق الخطّ الثّاني بسرعة ما، هو عند حركته وقبل وصوله إلى طرف الخطّ وهو الجزء ز، فهو لا يخرج عن أن يكون موجودا إمّا في الجزء الثّاني، أو في الجزء

الثّالث، أو في الجزء الرّابع. فإذًا هذا الجزء لمّا سيحاذي الجزء الآخر المتحرّك، فهو سيلاقيه وهو إمّا في الجزء الأوّل، أو الجزء الثّاني، أو في الجزء الثّالث، أو في الجزء الرّابع. إنّه بيّن أنّه لايمكن أن يلاقيه وهو في الجزء الأوّل ط، وذلك لأنّه حين كونه في الجزء ط ، الجزء يكون لمّا يتحرّك بعد. ولكن لقد فرضنا أنّ ابتداء حركتهما هو معا؛ فالجزء الآخر لمّا يتحرّك بعد أيضا. فهو إذًا موجود في الطّرف الآخر من الخطّ الثّاني على جهة اليسار. ولكنّ الأوّل هو موجود على الطّرف الأوّل من الخطّ الأوّل على جهة اليمين؛ فلا محاذاة إذًا. بل عسى أن يكون الجزء الثّاني المتحرّك إنّما يلاقي الأوّل عند الجزء الثّاني من الخطّ(رسم.III-2). كلاّ، إنّه لا يمكن ذلك أيضا؛ وذلك لأنّه لو حاذى الجزء الأوّل وهو في الجزء الثّاني، فإنّه يحاذيه والجزء الأوّل يكون في الجزء الثّالث من الخطّ الأوّل؛ أي أنّه في نفس مقدار من الوقت، وبنفس السّرعة يكون الجزء الأوّل الّذي قطع جزئين، قد قطع مسافة أطول من الجزء المتحرّك الثّاني القاطع لجزء واحد؛ وهذا خلف. وأنت يمكنك أن تقيس على ذلك سائر الأجزاء الأخرى. ولمّا كان كلّ هذا محالا، وكلّ ما أدّى إلى محال فهو محال؛ إذًا الجزء الّذي لا يتجزّأ هو محال.

IV – برهان الحركة والتّلاقي.

إنّه معلوم أنّ شيئين إذا تلاقيا بعد أن لم يكونا متلاقيين، فهما قبل أن يتلاقيا فقد تحرّكا. وإذا تحرّكا فقد قطعا مسافة ما. لنفرض أنّ خطّا مأتلفا من ثلاثة أجزاء. وليكن الخطّ أ ب. ولنضع فوق الجزء أ جزء أوّلا، وفوق جزء ب جزأ ثانيا. وليكن بين الجزء أ، والجزء ب هناك جزأ فاصل لهما، فإذًا الجزء الأوّل هو ناء عن الجزء الثّاني. فإذًا هذان الجزآن هما غير متلاقيين C (رسم.IV-1). لنفرض أنّ كلاّ منهما قد انطلق في حركة ذات سرعة واحدة وفي نفس الآن. فهما لا محالة سيلتقيان. ولكن أين عساهما سيلتقيان فوق الخطّ أ ب. إنّه لا يمكن أن يلتقيا والجزء الثّاني لاَبِثٌ فوق الجزء ب، والأوّل فوق

الجزء الثّاني من الخطّ(رسم.IV-2)؛ ولا أن يلتقيا والجزء الأوّل لا بث فوق الجزء أ، والثّاني فوق الجزء الثّاني من الخطّ(رسم.IV-3)، لأنّه الأوّل قد تحرّك، والآخر لم يتحرّك في نفس الآن؛ وقد فرضناهما قد انطلقا في الحركة في نفس الآن. فإذًا بقي أنّهما حين تلاقيهما فإنّه يكون الجزء الأوّل نصفه لابث فوق الجزء الأوّل، والثّاني فوق الجزء الثّاني من الخطّ؛ وأيضا الجزء الثّاني يكون نصفه لا بثا فوق الجزء ب من الخطّ ونصفه الآخر فوق الجزء الوسط من الخطّ(رسم.IV-4). فإذًا الجزء الأوّل، له نصف، كما الثّاني، فهو يتجزّأ؛ ولكنّه قد فرض أنّه لا يتجزّأ؛ فهذا خلف.

V- برهان الوتر.

إنّه لمّا كان خطّ ما قد يأتلف من أجزاء لا تتجزّأ، فإنّه أن يكبر الخطّ هو أن يُضَمَّ إليه أجزاء، وأن يصغر هو أن ينقص منه أجزاء. أي لو أنّه ضُمَّ إلى خطّ ما معطى جزء واحدا، فإنّه الحاصل منه يكون لا محالة خطّا آخر أطول من الأوّل. لنفترض الآن مثلّثا قائم الزّاوية أ ب ج. وليكن الضّلع ب ج قاعدته، والضّلع أج قائمته، والضّلع أ ب وتره. ثمّ لنضمّ إلى طرف الوتر أ ب وعلى سَمْتِهِ نقطة؛ فلا محالة فإنّنا نحصل على خطّ أطول من الوتر أب؛ وليكن أ ق. لنمدّ من نقطة ق الّتي هي طرف الخطّ الحاصل خطّا أطول من القاعدة ب ج و مُوازيا لها؛ ثمّ لنزد في طول خطّ القائمة أج، وعلى سمته، حتّى تقاطعه مع الخطّ الّذي أصله النّقطة ق. ولتكن نقطة التّقاطع هذه هي ك. إنّه ظاهر أنّ الشّكل الجديد الحاصل أ ك ق هو أيضا مثلّث قائم الزّاوية (رسم.V). ولمّا كانت قائمة المثلّث الثّاني، وهي أ ك هي أكبر من قائمة المثلّث الأوّل أج؛ فهي تكبر هذه القائمة الأولى بنقطة واحدة أو أكثر من نقطة. و أيضا قاعدة المثلّث الثّاني هي تكبر قاعدة المثلّث الأوّل بنقطة واحدة أو أكثر من نقطة[E].

لنفترض الآن أنّ قائمة المثلّث الأوّل كانت تأتلف من س عددا من الأجزاء، وأنّ قاعدتها كانت تأتلف من ص عددا من النّقاط، وأنّ الوتر كان يأتلف من غ عددا من النّقاط. ولنفرض أنّ ح هو عدد النّقاط التّي تفوق بها القائمة أ ك القائمة أ ج، و د هو عدد النّقاط الّتي تفوق بها القاعدة ك ق القاعدة ب ج؛ فإذًا القائمة أ ك = (س + ح)؛ والقاعدة ك ق = (ص + د). ولكن هو قد تبرهن أنّه في المثّلث القائمة الزّاوية، مربّع الوتر يساوي مربّع القائمة زائد مربّع القاعدة (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ٤٧*). فإذًا (أ ب)^{٢} = (أ ج)^{٢} + (ب ج)^{٢}؛ وكذلك (أ ق)^{٢} = (أ ك)^{٢} + (ك ق)^{٢}؛ أي أنّه (أ ق)^{٢} = (س + ح)^{٢} + (ص + د)^{٢}. ف غ^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} ، فإذًا (غ +١)^{٢} = (س + ح)^{٢} + (ص + د)^{٢}.

إنّه لمّا زدنا جزأ واحدا إلى الوتر أ ب حتّى حصل الوتر أ ق، فإنّ الزّيادة الحاصلة في القائمة أ ك بالقياس إلى القائمة الأولى أ ج، والزّيادة الحاصلة في القاعدة ك ق على القاعدة الأولى ب ج، لا يمكن أن تقلّ عن جزء واحد في كلّ منهما. فلنفرض إذًا أنّ ح = ١ ، وأنّ د = ١ أيضا. ولكن الوتر أ ق هو زائد على الوتر أ ج بجزأ واحد. فإذًا (أ ق)^{٢} = (أ ك)^{٢} + (ك ق)^{٢} إنّما هو في قوّة (غ + ١)^{٢} = (س + ١)^{٢} + (ص +١)^{٢}.

لنحلّل هذه المتساوية ؛ ف(غ + ١)^{٢} = (س + ١)^{٢} + (ص +١)^{٢}، إنّما هي في قوّة غ^{٢} + ٢ غ + ١ = س^{٢} + ٢ س + ١ + ص^{٢} + ٢ ص + ١، أي غ^{٢} + ٢ غ + ~~١~~ = س^{٢} + ٢ س + ١ + ص^{٢} + ٢ ص + ~~١~~ ولكن غ^{٢} = س^{٢} + ص^{٢} ؛ فإذًا ~~غ~~^{٢} + ٢ غ + ~~١~~ = ~~س~~^{٢} + ٢ س + ١ + ~~ص~~^{٢} + ٢ ص + ~~١~~ فإذًا ٢ غ = ٢ س + ٢ ص + ١ . ولكنّه هو قد بان أنّ مجموع ضلعيّ مثلّث من

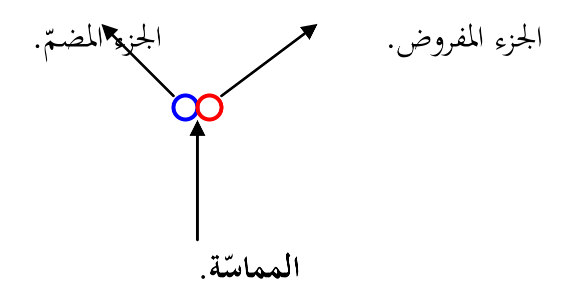
الملّثات هو أبدا أعظم من الضّلع الآخر (*إقليدس، الأصول، الكتاب ألأوّل، القضيّة* ٢٠)؛ فإذًا، ضعفهما هو أيضا أعظم من ضعفه. إذًا مجموع (٢ س + ٢ ص) هو أكبر من ٢ غ، فكم بِالحَرِيِّ أن يكون مجموع([٢ س + ٢ ص] + ١) هو أعظم من ٢ غ؛ ولكن هاهنا قد ساواهما؛ هذا خلف؛ إذًا فالجزء الّذي لا يتجزّأ خلف.

تمّت المقالة.

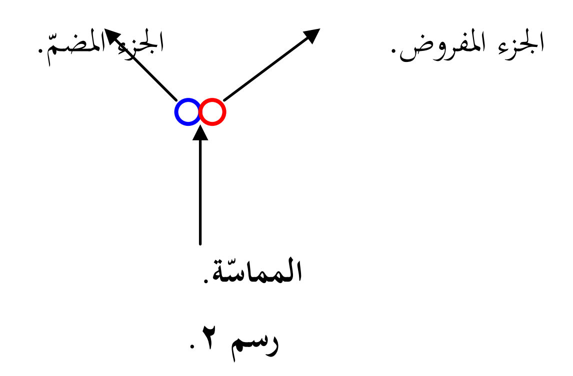
طبلبة(تونس) ١٠/٥/٢٠٠٣.

الرّسوم المبيّنة.(هذه الرّسوم كلّها صنعة صاحب المقالة).

I-رسوم البرهان الأوّل.

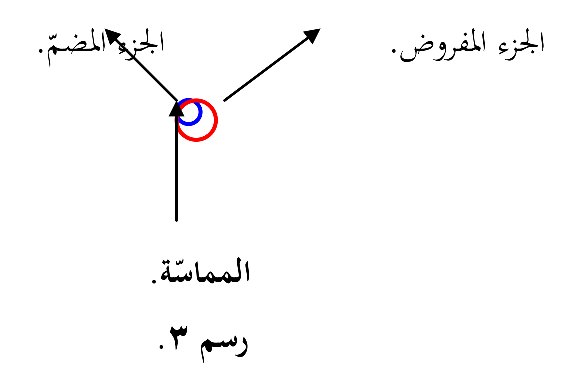


رسم ١.



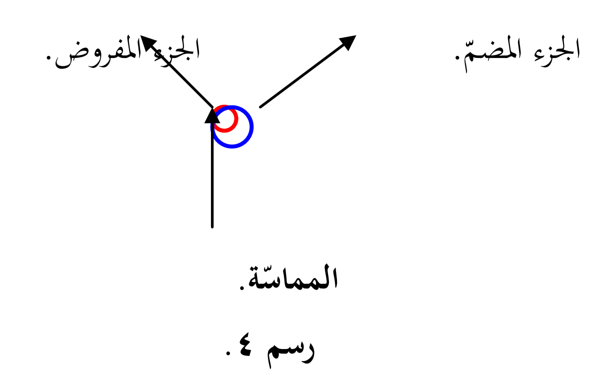
رسم ٢.

الجزء المضمّ يمسّ الجزء المفروض، ولكنّه حيث يمسّه ليس هو كلّ الجزء المفروض، فإذا هو يترك منه ما لم يمسّه حين مسّه. وأيضا الجزء المفروض حين مسّه للجزء المضّم، يترك منه ما لم يمسّه.



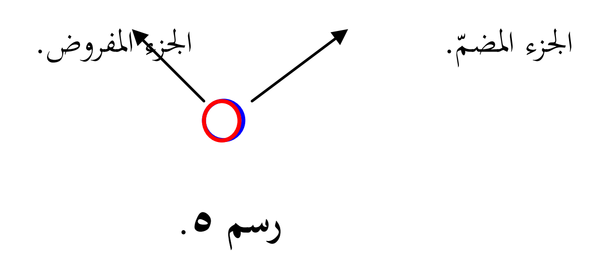
رسم ٣.

الجزء المضمّ يماسّ الجزء المفروض، ويترك منه ما لا يمسّه، ويكون الجزء المفروض يماسّ الجزء المضمّ ولا يترك منه ما لايمسّه.



رسم ٤.

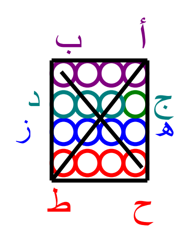
الجزء المفروض يماسّ الجزء المضمّ، ويترك منه ما لا يمسّه، ويكون الجزء المضمّ يماسّ الجزء المفروض ولا يترك منه ما لايمسّه.



رسم ٥.

الجزء المفرض حين مسّه الجزء المضمّ لا يترك منه ما لا يشغله، والجزء المضمّ حين مسّه للجزء المفروض لا يترك منه ما لايشغله؛ أي أنّه كلا الجزئين هما متداخلان على التّمام. وهذا الفرض إنّما يلزم عنه أنّه مهما ضممنا أجزاء للجزء المفروض فلا نحصل أبدا إلاّ على جزء واحد في الحجم لا في العدد.

II-رسم البرهان الثّاني.

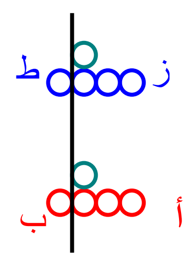


III-رسوم البرهان الثّالث.

ط ز

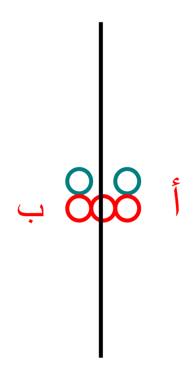
ب أ

رسم١.

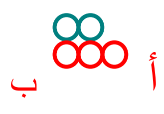


رسم ٢.

IV-رسوم البرهان الرّابع.



رسم١.



رسم٢.

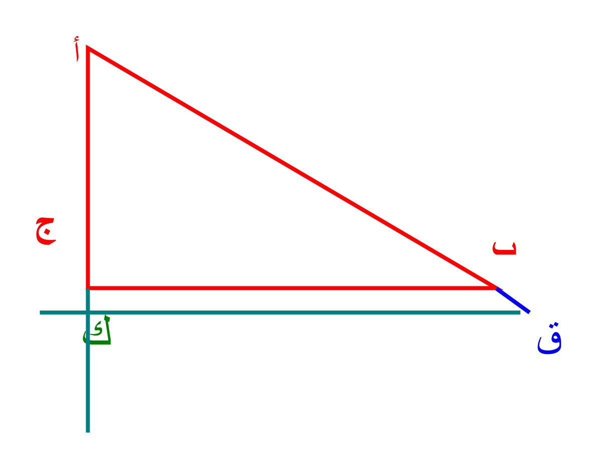
ب
أ

رسم ٣

أ ب

رسم ٤.

V-رسم البرهان الخامس.



تكملات.

A) قد يحتاج الجزم بأنّ الخطّ أ ط هو قطر السّطح أ ح ط ب ذي الأربعة أضلاع المتساوية لمزيد برهان؛ وهاكم هذا البرهان : إنّه لمّا كان قد فُرِضَ أنّ السّطح أ ح ط ب، هو متكوّن بتمامه من الأربعة خطوط المتساوية أ ب، و ج د،و هـ ز، و ح ط. فإنّ خطّا واحدا من هذه الخطوط قد يكون مِكيالا للسّطح. فالسّطح إذا هو يساوي ٤xح ط مثلا. ولكنّ ح ط إنّما تساوي ٤ أجزاء لا تتجزّأ؛ فقد جاز إذًا أن نقول بأنّ السّطح أ ح ط ب هو يساوي ٤x٤ = ١٦ جزء لا يتجزّأ. ولكنّ النّقطة الأولى من خطّ أ ط، أي النّقطة أ إنّما تترك عن شمالها ثلاث نقاط، والنّقطة الثّانية منها تترك نقطتين، لأنّ هذه النّقطة نفسها هي الثّانية

عل خطّ ج د المتكوّن من أربع نقاط، فما يليها من نقاط هو اثنان لامحالة؛ والنّقطة الثّالثة من نفس الخطّ، فلأنّها الثّالثة على خطّ هـ ز، فهي لا تترك إلاّ نقطة واحدة؛ أمّا النّقطة ط، فلأنّها الأخيرة في خطّ ح ط، فهي لا تترك نقطة واحدة عن يسارها. فيتحصّل أنّ الخطّ أ ط، هو يحدّ عن شماله ٣+٢+١=٦ من النّقاط. فإن نحن أسقطنا النّقاط الأربع الّتي يأتلف منها نفس الخطّ أ ط، فإنّه سوف يبقى عن يمين الخطّ أيضا ستّ نقاط. ولكنّ الخطّ أ ط هو حدّ أ ب ط، وأيضا حدّ أ ح ط؛ فإذًا أ ب ط هو يساوي ٦+٤= ١٠؛ وأيضا أ ح ط هو يساوي ٦+٤= ١٠. ولكن أ ب ط، و أ ح ط، هما الشّكلان الّذان كان قد قَسَّم إليهما الخطّ أ ط، الشّكل ذي الأربعة أضلاع أ ح ط ب؛ فإذًا أ ط هو قطر.(*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ٣٤*).

B) لنفرض أنّ الزّاوية أ ح ط كانت حادّة؛ فهي إذًا أصغر من زاوية قائمة (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، التّعريف ١٢*). ولكنّ أ ح ط ب هو ذو أربعة أضلاع متساوية؛ فإذا الزّاوية أ ب ط المقابلة للزّاوية أ ح ط هي مساوية لهذه الزّاوية؛ وأيضا الزّاوية ب أ ح، هي مساوية للزّاوية المقابلة للزّاوية ب ط ح (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ٣٤*). ولكنّ أ ح ط قد فُرِضَتْ حادّة؛ فإذًا (الزّاوية أ ح ط + الزّاوية أ ب ط) < زاوتين قائمتين. ولكنّ كلّ رباعي الأضلاع فلكونه ينقسم إلى مثلّثين، وكلّ مثلّث فإنّ مجموع زواياه يساوي زاويتين قائمتين (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ٣٢*)، فهذا الرّباعي الأضلاع زواياه تساوي أربع زوايا قائمة. فإذًا أ ح ط ب، مجموع زواياه تساوي أربعة زوايا قائمة. ولكن (الزّاوية أ ح ط + الزّاوية أ ب ط) < زاوتين قائمتين. فإذًا (الزّاوية ب أ ح + الزّاوية ح ط ب)> زاويتن قائمتين. ولكن قد رأينا أنّ الزّاوية ب أ ح = الزّاوية ح ط ب؛ فإذًا الزّاوية ح ط ب> زاوية قائمة. فبان إذًا أنّ الزّاوية ح ط ب منفرجة (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، التّعريف ١١*).

C) قد نبرهن على أنّ الجزء الواقع فوق الجزء أ، والجزء الواقع فوق جزء ب لا يتماسّان ما لبثا لم يتحرّكا بعد بهذا : إنّه هناك ثلاث أجزاء متماسّة، الجزء أ، والجزء ب، وجزء آخر بينهما. وهو بيّن أنّه إذا أخذنا كلّ جزء، فيمكننا أن نوقع عليه جزء آخر يختصّ به؛ فيمكننا أن نوقع فوق أ جزء، وفوق ب جزء، وفوق الجزء الّذي بينهما جزء آخر. ولكن نحن قد أوقعنا على الجزء أ جزء، والجزء ب جزء، وكلاهما لابث فوق صاحبه؛ فإذًا قد أمكن أيضا أن نُوقِعَ على الجزء الّذي بينهما جزء آخر. ولكن هذا الجزء الآخر الّذي هو ممكن إيقاعه فوق الجزء المتوسّط هو موجود بين الجزأين الواقعين فوق أ، و ب. فإن كان هو ممكن إيقاعه، فلا بدّ إذًا ألاّ يكون الجزأين المفروضين متماسّين، لأنّهما لو تماسّا لما أمكن إيقاع الجزء؛ ولكن هو ممكن إيقاع الجزء، فإذًا الجزآن اللاّبثان فوق أ و ب، ليسا بمتلاقيين. وهو ما يجب البرهنة عليه.

D) يمكن البرهنة على أنّ المثلّث الحاصل أ ك ق هو قائم الزّاوية بهذا : إنّ الخطّ ك ق هو موازٍ للخطّ ب ج، بحسب بنائه. ولكن أ ك هو خطّ يقطع الخطّين المتوازين ب ج و ك ق. فإذًا الزّاوية الخارجة أ ج ب هي مساوية للزّاوية الدّاخلة أ ك ق (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ٢٩*). ولكن الزّواية أ ج ب هي قائمة؛ فأيضا الزّاوية أ ك ق هي قائمة. وبذلك يبين أنّ المثلّث أ ك ق هو مثلّث قائم الزّاوية.

E) وقبل الجزم بذلك كان ينبغي أن نبيّن أوّلا أنّ الضّلع ك ق إنّما هو أكبر من الضّلع ب ج؛ لماّ كان قد ثبت أنّ المثلّث أ ك ق هو قائم الزّواية (انظر برهان D) وكان الضّلع ب ج هو يقطع ضلعيّ المثلّث المتقابلين أ ق، و أ ك، على جهة التّوازي مع قاعدته ك ق؛ فإنّ الزّاوية أ ب ج هي تساوي الزّاوية أ ق ك (*إقليدس، الأصول، الكتاب الأوّل، القضيّة ٢٩*)؛ ولكنّه كلا المثلّثين قائم الزّاوية؛ فالزّاوية أ ج ب تساوي الزّاوية أ ك ق؛ أمّا الزّاوية ب أ ج فهي مشتركة؛ فإذًا المثلّث الأوّل زواياه تساوي زوايا المثلّث الثّاني؛ وعلى ذلك فإنّ نسبة

الضّلع أ ك إلى الضّلع أ ج هي كنسبة الضّلع ك ق إلى الضّلع ج ب (*إقليدس، الأصول، الكتاب السّادس*، *القضيّة ٤*)؛ ولكن أ ك أكبر من أ ج؛ فإذًا ك ق هي أيضا أكبر من ج ب؛ فبان المطلوب.